آیا جامعه به مدال‌آوران المپیادهای بین‌المللی ریاضی احتیاج دارد؟

سخنرانی پروفسور سومن کونگ، در اجلاس پنجاه‌وهفتمین المپیاد ریاضی در دانشگاه پلی‌تکنیک هنگ‌کنگ – ۱۱ جولای ۲۰۱۶

مترجم: **فاطمه حاج‌عزیزی**
کارشناس ارشد آموزش ریاضی

چکیده

عنوان این سخنرانی که تحرک‌آمیز به نظر می‌رسد، به هیچ‌وجه قصد شرمنده کردن شرکت‌کنندگان و برگزارکنندگان المپیادهای بین‌المللی ریاضی را ندارد، بلکه آن را به منزلهٔ به اشتراک‌گذاری برخی افکار و اندیشه‌ها پیرامون المپیادها یا به‌طور کلی مسابقات ریاضی در نظر بگیرید که توسط معلمی که یک بار سرپرستی اولین تیم هنگ‌کنگ را برای شرکت در بیست‌ونهمین المپیاد بین‌المللی ریاضی که در سال ۱۹۸۸ در کانبرا برگزار شد، به عهده داشته است. هم‌چنان که در هماهنگی‌های لازم برای اجرای سی‌وپنجمین المپیاد بین‌المللی ریاضی نیز که در سال ۱۹۹۴ در هنگ‌کنگ برگزار گردید، کمک نموده است. سخنران سعی دارد که به این موضوع در زمینه آموزشی و به‌طور گسترده‌تر در زمینه اجتماعی- فرهنگی‌اش، توجه نماید.

کلیدواژه‌ها: سومن کونگ، المپیادهای بین‌المللی ریاضی، پنجاه و هفتمین المپیاد بین‌المللی ریاضی، هنگ‌کنگ

دربارهٔ سخنران

سومن کونگ[1]، مدرک کارشناسی خود را از دانشگاه هنگ‌کنگ و مدرک دکتری خویش را در رشته ریاضی، از دانشگاه کلمبیا دریافت کرد. او به انتشار برخی مقالات در زمینه ریاضی و علوم کامپیوتر، تعداد بیشتری پیرامون تاریخ ریاضی و آموزش ریاضی و کتاب‌های متعددی در زمینه عمومی‌سازی ریاضی پرداخته است. وی به‌طور خاص، علاقه‌مند به تلفیق تاریخ ریاضی با یاددهی و یادگیری ریاضی است و از اواسط دهه ۱۹۸۰، مشارکت فعالی در «انجمن بین‌المللی تاریخ و پداگوژی ریاضی[2]» داشته است. ایشان همچنین، بیشتر وقت خود را صرف ارائه دوره‌ای تحت عنوان «ریاضیات: میراثی فرهنگی در سنت مطالعات لیبرال» برای دانشجویان دانشکده‌های

مختلف دانشگاه هنگ‌کنگ کرده است.

آیا جامعه به مدال‌آوران المپیادهای بین‌المللی ریاضی نیاز دارد؟

آیا جامعه به مدال‌آوران المپیادهای بین‌المللی ریاضی نیاز دارد؟ پاسخ منفی است، جامعه «نیاز»ی به مدال‌آوران المپیادهای بین‌المللی ریاضی ندارد. جامعه حتی به ریاضی‌دانان نیز «نیاز» ندارد. آیا این بدان معنی است که سخنرانی ۳۰ دقیقه‌ای من در اینجا به پایان خواهد رسید؟ در این صورت، باید همین‌جا توقف نموده و اعتراف کنم که در انتخاب حرفه‌ام در تمام این سال‌ها، اشتباه کرده‌ام. پس ادامه می‌دهم.

حتماً توجه داشته‌اید که من واژه «نیاز» را در گیومه قرار داده‌ام. جامعه به مدال‌آوران المپیادهای بین‌المللی ریاضی یا ریاضی‌دانان «نیاز» (داخل گیومه!) ندارد. اما جامعه به تعمیرکاران، مأموران جمع‌کننده زباله، رفتگران، برق‌کاران، لوله‌کش‌ها و نظایر آن، نیاز (بدون گیومه!) دارند. حالا شاید متوجه شدید که منظور من چیست. اجازه دهید به موضوع المپیادهای بین‌المللی ریاضی برگردیم. بعد از ۲۲ سال، المپیاد بین‌المللی ریاضی به هنگ‌کنگ بازگشته است و این کشور، میزبان سی‌وپنجمین المپیاد بین‌المللی ریاضی در سال ۱۹۹۴ بود و دوست دارم به دو مدال‌آور در آن المپیاد اشاره کنم. یکی مریم میرزاخانی از ایران که اولین ریاضی‌دان زن بود که مدال فیلدز را در کنگره بین‌المللی ریاضی‌دانان در سال ۲۰۱۴ دریافت نمود و دیگری سوباش آجیت خات از هند بود که جایزه نوالینا در همان کنگره، به او اعطا گردید.

در سخنرانی‌ای که در سال ۲۰۱۲ با عنوان «خوبی، بدی و لذت (نه فشار) مسابقات ریاضی» داشتم، به ارائه طرحی کلی از نکات مثبت و منفی مسابقات ریاضی پرداختم که از شما اجازه می‌خواهم به‌طور خلاصه، آن‌ها را تکرار نمایم:

نقاط قوت:

۱. پرورش بیان منطقی و صریح، سرسختی و ممارست و صداقت علمی.

۲. برانگیختن شور و اشتیاق و ایجاد علاقه و انگیزه.

نقاط ضعف:

۱. مسائل مسابقات بر ضد پژوهش هستند.

۲. تمرین بیش از حد؟

همچنین، این سؤال به ذهن می‌رسد که آیا شور و شوق دانش‌آموزان برای ریاضی، واقعی است؟ آیا این علاقه می‌تواند پایدار بماند؟ اجازه دهید تا مورد ۱ را که «مسائل مسابقات بر ضد پژوهش هستند»، از طریق سه مثال که در پیوست آمده است، توضیح دهم.

از این مثال‌ها چه چیزی دستگیرمان خواهد شد؟ آن‌ها باعث می‌شوند که فکر کنم که برای انجام دادن ریاضی، از دو رویکرد می‌توان استفاده نمود. با قیاسی از وضعیت نظامی، یکی از رویکردها را می‌توان شبیه جنگ‌های موضعی و دیگری را مشابه جنگ‌های چریکی در نظر گرفت. در رویکرد اول که در کلاس‌های درس اکثر مدارس و دانشگاه‌ها در جریان است، به بیان موضوع در قالبی پرداخته می‌شود که به صورت نظام‌وار سازماندهی گردیده، به‌طور دقیقی طراحی شده و با تمرین و فعالیت همراه است. رویکرد دیگر که عمدتاً در آموزش برای مسابقات ریاضی به چشم می‌خورد، به این صورت است که دانش‌آموزان را با انواع مختلفی از مسائل روبه‌رو می‌کنند و به آن‌ها آموزش می‌دهند که بیشتر، به دنبال نقاطی باشند که از آن موضع، بتوانند حمله کنند و بدین وسیله، دسته‌ای از ترفندها و استراتژی‌ها، جمع‌آوری می‌شوند.

هر کدام از این رویکردها، شایستگی جداگانه خود را داراست، مکمل و متمم یکدیگرند و دانش پایه و قاعده منظم و مورد نیاز خود را می‌طلبند. درست همان‌طور که در یک جنگ موضعی، انعطاف‌پذیری و خودانگیختگی لازم است، جنگ‌های چریکی، آماده‌سازی دقیق مقدماتی وکارهای زمینه‌ای خود را می‌طلبد. در یاددهی و یادگیری ریاضی نیز نباید فقط ترفندها و استراتژی‌ها را برای دادن پاسخ به دسته خاصی از مسائل آموزش داد، یا تنها برای توضیح دادن راجع به نظریه‌های عمومی و کارکردن روی مسائلی که با ابزارهای معمول قابل پاسخ‌دهی هستند، زمان را صرف نمود. ما باید اجازه دهیم در کلاس‌های درس، هر دو رویکرد مکمل و متمم باشند. در زندگی‌نامه قهرمان ملی و مشهور چینی از سلسله سونگ جنوبی، یو فی این نوشته را پیدا کرده‌اند:

راه‌اندازی آرایش جنگی، امری عادی و هنر جنگ است. مانورهای جنگی درخصوص آرایش نظامی، به طرز ماهرانه‌ای فقط با ذهن انجام می‌پذیرد.

گاهی اوقات، ممکن است رویکرد اول، در مقابل هیجانی که در رویکرد دوم و هنگام حل مسائل به دست می‌آید، کاملاً ساده و کسل‌کننده به نظر بیاید. با این وجود، نباید از اهمیت این رویکرد به دلیل ظاهر مطلوب و شیرین آن، غفلت کنیم. این رویکرد می‌تواند موقعیت‌های کلی‌تری را پوشش دهد و بسیار قدرتمندتر از یک روش پژوهش یک کاره است که با وجودی که جذاب است، ولی فقط یک مورد خاص را پاسخ می‌دهد. البته باید توجه داشت که یک روش تک‌کاره هوشمندانه نیز، قابل توسعه به یک روش کلی قدرتمند است. یک نمونه کلاسیک در این مورد، ابداع و توسعه حساب دیفرانسیل و انتگرال در طول تاریخ است. در زمان‌های باستان، فقط استادان ریاضی قادر بودند تا مساحت

جامعه «نیاز»ی به مدال‌آوران المپیادهای بین‌المللی ریاضی ندارد. جامعه حتی به ریاضی‌دانان نیز «نیاز» ندارد. اما جامعه به «دوستداران ریاضی» نیاز دارد. دوستدار ریاضی کسی است که ممکن است در مورد ریاضی چیز زیادی نداند، اما می‌فهمد که ریاضی درباره چیست و به خوبی در مورد نقش ریاضی در جامعه مدرن، آگاه است

و حجم اشــکال عینی را محاسبه نمایند که می‌توان از بین آن‌ها به ارشــمیدس و لیوهری اشاره نمود که درک فرمولی که برای محاسبه مساحت یک دایره تبیین کردند، نیازمند فهمیدن ماهیت قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال است. امروزه با توسعه حساب دیفرانسیل و انتگرال از قرن‌های ۱۷ و ۱۸، به‌طور متوســط دانش‌آموزان مدرســه‌ای که این درس را یاد گرفته‌اند، قادرند که آنچه را که در گذشته، تنها ریاضی‌دانان بزرگ می‌توانستند پاسخ دهند، به آسانی به کار گیرند.

از آنجایی که بســیاری از مســابقات ریاضی به دنبال اندازه‌گیری توانایی شرکت‌کنندگان در حل مسئله هستند تــا آزمودن میزان آشــنایی آن‌ها با دانــش محتوایی یک موضوع خاص، مسائل در حوزه‌های کلی‌تری قرار گرفته‌اند که برای جوانان در آن گروه سنی، قابل درک‌اند و مستقل از برنامه‌های درســی مدارس متنوع در کشورها و مناطق مختلف هستند. این مسائل، شــامل موضوعاتی در زمینه نظریه اعداد مقدماتی، جبر، ترکیبیات، دنباله‌ها، نابرابری‌ها، معادلات تابعی، هندســه مسطحه، هندسه فضائی و نظایر آن هستند و بدین ســبب و به‌تدریج، اصطلاح «ریاضیات المپیادی» برای اشــاره به این مجموعه از موضوعات، ابداع گردید. ســؤالی که همیشه در ذهنم بوده این است که چرا این نوع به اصطلاح ریاضیات المپیادی، نمی‌تواند به خوبی در کلاس‌های درس مدرسه‌ای مورد استفاده قرار گیرد؟ مگر یکی از اهداف آموزش ریاضی این نیست که به دانش‌آموزان اجازه دهد تا بدانند هر موضوع در مورد چه چیزی اســت و انگیزه و علاقه خود را نســبت به آن پرورش دهند؟ در این صورت، زمانی که از مســائل غیرمعمولی و جالب به عنوان مکمل در تدریس و یادگیری معمولی استفاده می‌شود، باید قادر باشند تا نقش خود را به خوبی ایفا نمایند.

از آنجایی که بسیاری از مسابقات ریاضی به دنبال اندازه‌گیری توانایی شرکت‌کنندگان در حل مسئله هستند تا آزمودن میزان آشنایی آن‌ها با دانش محتوایی یک موضوع خاص، مسائل در حوزه‌های کلی‌تری قرار گرفته‌اند که برای جوانان در آن گروه سنی، قابل درک‌اند و مستقل از برنامه‌های درسی مدارس متنوع در کشورها و مناطق مختلف هستند

اجازه دهید به ســؤالی که در عنوان این ســخنرانی طرح کردم، برگردیم. آیا جامعه به مدال‌آوران المپیادهای بین‌المللی ریاضی نیــاز دارد؟ خیر، جامعــه «نیاز»ی به مدال‌آوران المپیادهای بین‌المللی ریاضی ندارد. جامعه حتی به ریاضی‌دانان نیز «نیاز» ندارد. اما جامعه به «دوستداران ریاضی» نیاز دارد. دوســتدار ریاضی کسی است که ممکن اســت در مورد ریاضی چیز زیادی نداند، اما می‌فهمد که ریاضی درباره چیست و به خوبی در مورد نقش ریاضی در جامعه مدرن، آگاه اســت. پل ریچارد هالموس ریاضی‌دان گفته اســت که «این موضوع مرا ناراحت می‌کند که افراد تحصیل کرده، حتی نمی‌دانند رشته و موضوعی که مطالعه می‌کنم، چیســت». آلن هاموند، ویرایشگر علوم، یک بار از ریاضی به عنوان فرهنگ نامرئی یاد کرده است. به عبارت دیگر، شــاید این یک موهبت بوده اســت که ریاضی قابل رؤیت نیســت. وارد کردن ریاضی بــه جمع عموم مردم یا به عبارتی عمومی‌ســازی ریاضی، کار آسانی نیست. یکی از الزاماتی که برای تبدیل به دوستدار ریاضی شدن وجود دارد، این است که از روزهای مدرسه، محیطی را به ارمغان بیاورید که در آن‌ها، نه‌تنها ریاضی لذت‌بخش بوده اســت، بلکه درک خوبی از آن را نیز ارائه می‌دهد.

در مقدمه کتاب «آلیس در ســرزمین اعداد: راهنمای دانش‌آموزان برای لذت از ریاضی» نویسندگان جان بایلیس و راد هاگارتی اشاره می‌کنند که «ریاضی‌دانان حرفه‌ای، با این ایده که ســرگرمی‌ها و محتوای رسمی و جدی با هم ناســازگار نیستند، آشــنایی دارند. مسئله ما این است که مطمئن شویم که خوانندگان، از سرگرمی‌ها لذت می‌برند. اما از موارد ریاضی آن نیز غفلت نخواهند کرد».

دوســت خوب مــن تونــی گاردنر، که چهــار مرتبه سرپرســت تیم انگلستان بوده است، به من توصیه کرد که «نباید جنبه‌های منفی مســابقات ریاضی را مورد نقد قرار دهــم». او در ادامه گفت که یک مســابقه ریاضی، باید به عنوان قلهٔ یک کوه یخ بزرگ در نظر گرفته شــود. به این منظور باید برای هر کشور، انگیزه‌ای ایجاد شود تا هرمی از فعالیت‌ها، برای انبوهی از دانش‌آموزان علاقه‌مند به ریاضی ایجاد نماید و این، به نفع همه خواهد بود. هم‌چنین درباره این موضوع فکر کنیم که چه فعالیت‌های دیگری را علاوه بر مسابقات ریاضی، می‌توان سازماندهی کرد. این فعالیت‌ها می‌توانند شامل برپا کردن یک کلوپ ریاضی یا انتشار یک مجله باشــند تا به افراد علاقه‌مند، این امکان را بدهد که ایده‌ها و شور و اشتیاق خود را با بقیه، به اشتراک بگذارند. علاوه بر این‌ها، برگزاری جلســات حل مسئله و مسابقات برای انجام پروژه‌هایی در ســطوح مختلف و نوشتن کتاب و مقالات، ساخت نرم‌افزار، فیلم، بازی، معما، اسباب‌بازی و نظایر آن، می‌توانند از این دست فعالیت‌ها باشند».

در نهایت، ممکن است این سؤال برای هر کسی پیش آید که آیا جامعه به من نیاز دارد؟ ما اغلب این کلیشه‌ها را می‌شنویم که «وجود هیچ‌کس ضروری نیست!»، اما لطفاً در نظر داشــته باشــید که هر کس ارزش خود را دارد و می‌تواند سهم خود را برای تبدیل این جهان به مکانی بهتر برای زندگی، انجــام دهد. یک مدال‌آور المپیاد بین‌المللی ریاضی نیز از این قاعده مستثنی نیست.

پیوست

مثال ۱:

اولین مثال، یک مســئله شــناخته شــده در یکی از المپیادهاست. وقتی که کمک کردم تا اولین تیم هنگ‌کنگ در المپیاد بین‌المللی ریاضی شرکت کند.

فرض کنید که a و b، اعداد صحیح مثبتی هستند به طوری که a^2+b^2 بر $ab+1$ بخش‌پذیر است. نشان دهید که

$\frac{a^2+b^2}{ab+1}$، مربع یک عدد صحیح است.

یک راه حل آسان و روان این مسئله، توسط یک دانش‌آموز بلغاری به نام امانوئل آتاناسف ارائه شد که به خاطرش نیز، یک جایزه ویژه دریافت کرد. این راه حل با این فرض شروع می‌شود که $k=\frac{a^2+b^2}{ab+1}$، یک مربع کامل نیست. سپس این عبارت را به‌صورت زیر بازنویسی کرد.

$$a^2 - kab + b^2 = k \quad (*)$$

توجه کنید که برای هر جواب صحیح (a و b) برای(*) داریم $a>0$ و $b>0$ زیرا k، یک مربع کامل نیست. فرض کنید (a و b) یک جواب صحیح برای (*) باشد، به‌طوری‌که $a>0$ و $b>0$ و $a+b$، **کوچک‌ترین** مقدار ممکن باشد. از روی این جواب، می‌توانیم جواب صحیح دیگری به‌صورت (a' و b) از (*)، تولید کنیم به‌طوری‌که $a'>0$ و $b>0$ و $a+b>a'+b$ این یک تناقض است!

[استدلال نحوه رسیدن به چنین جواب (a' و b) را حذف می‌کنیم.]

با وجود آسانی و روانی این اثبات، این راه‌حل، دو سؤال را مطرح می‌کند.

۱. چه چیزی باعث می‌شود که کسی به این فکر بیفتد که نشان دهد $\frac{a^2+b^2}{ab+1}$، مربع یک عدد صحیح است؟

۲. استدلال باید به‌طور جدی، مبتنی بر این شرط باشد که k، یک مربع کامل نیست. به‌نظر می‌رسد که در اثبات، این شرط به‌طور غیررسمی،گنجانده شده است. در نتیجه فرد نمی‌تواند بفهمد که واقعاً چه اتفاقی می‌افتد اگر که k، مربع کامل نباشد. مناسب‌تر این است که بگوییم اثبات از طریق **برهان خلف**، توضیح نمی‌دهد که چرا، $\frac{a^2+b^2}{ab+1}$ باید یک مربع کامل باشد، هر چند که ضرورت آن را **تأیید** می‌کند.

برعکس، اجازه دهید که به راه‌حلی که کمتر زیباست و تلاش خود من است، بپردازیم. وقتی که این مسئله را بار اول شنیدم، در سفری به اروپا بودم و با قرار دادن $a=N^3$ و $b=N$، بینش نادرستی نسبت به آن پیدا کردم. در نتیجه،

$$a^2+b^2=N^2(N^4+1)=N^2(ab+1)$$

تحت تأثیر این برداشت که هر جواب صحیح (a , b, k) از $K=\frac{a^2+b^2}{ab+1}$ به شکل (N^3,N,N^2) است، از این استراتژی استفاده کردم که از $a^2+b^2=k(ab+1)$، معادله

$$[a-(3b^2-3b+1)]^2+[b-1]^2=\{k-[2b-1]\}\ \{[a-(3b^2-3b+1)][b-1]+1\}$$

را نتیجه بگیریم.

وقتی که این معادله را صورت‌بندی کردم، توانستم که b را به گام‌های اول تقلیل دهم تا اینکه به $K=\frac{a^2+1}{a+1}$ برسم که در آن، $a=k=1$. با معکوس کردن آن گام‌ها، می‌خواستم مسئله را حل کنم. در حالی که با قطار سفر می‌کردم، سعی نمودم این استراتژی را برای حل این مسئلهٔ پیاده کنم، اگر چه بی‌فایده. تا وقتی که به خانه برسم، دائم در حال بررسی عملیات این معادله برای رسیدن به جواب‌های واقعی بودم که بخشی از نتیجه این تلاش، در زیر نشان داده می‌شود.

a ۱ ۸ ۲۷ ۳۰ ۶۴ ۱۱۲ ۱۲۵ ۲۱۶ ۲۴۰ ۳۴۳ ۴۱۸ ۵۱۲ ...
b ۱ ۲ ۳ ۸ ۴ ۳۰ ۵ ۶ ۲۷ ۷ ۱۱۲ ۸ ...
k ۱ ۴ ۹ ۴ ۱۶ ۴ ۲۵ ۳۶ ۹ ۴۹ ۴ ۶۴ ...

بعد، فهمیدم که این استراتژی، محکوم به شکست است، زیرا راه‌حل‌های دیگری به غیر از جواب‌هایی به‌صورت (N^3, N, N^2) وجود دارند. **اگر چه همهٔ تلاش‌هایم بیهوده نبود.** وقتی که این الگو را شروع کردم، متوجه شدم که برای یک K ثابت جواب‌ها را می‌توان به‌صورت بازگشتی، از (a_i, b_i, k_i) به‌دست آورد. به‌طوری که؛

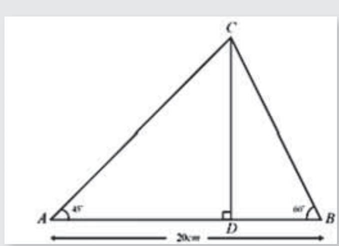
$$a_{i+1}=a_ik_i-b_i,\ b_{i+1}=a_i,\ k_{i+1}=k_i=k$$

و تنها کاری که باقی مانده بود، اثبات درستی این جواب بود. به محض انجام این کار، دیگر همه چیز برایم واضح شد. مجموعه‌ای از جواب‌های اولیه به شکل (N^3,N,N^2) وجود دارد که در آن، $N\in\{1,2,3,\ldots\}$، تمام راه‌حل‌های دیگر، از همین «راه‌حل اولیه» و به همان شکل بازگشتی که توضیح داده شد، به‌دست آمد. به‌طور مشخص، $k=\frac{a^2+b^2}{ab+1}$، مربع یک عدد صحیح است. من احساس می‌کنم که بدین طریق، این پدیده را خیلی بیشتر می‌فهمم تا اینکه فقط آن جواب آسان و روان را یاد می‌گرفتم.

مثال ۲:

مسئله ۵ در بیست و یکمین مسابقه ریاضی دوره ابتدایی هنگ‌کنگ که در ماه مِی ۲۰۱۰ برگزار شد، به قرار زیر بود.

فقط با استفاده از خط‌کش، مثلث ABC را روی یک کاغذ A3 به گونه‌ای رسم کنید که طول $AB = 20cm$ زاویه $BAC=45°$ و زاویه $ABC=60°$. کوتاه‌ترین فاصله از C به AB را تا یک رقم اعشار، پیدا کنید.

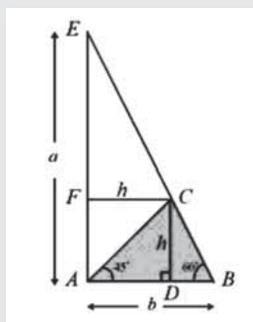


چندین راه حل برای این مسئله وجود دارد که احتمالاً، هدفشان این بوده است که ببینند آیا دانش‌آموزان دوره

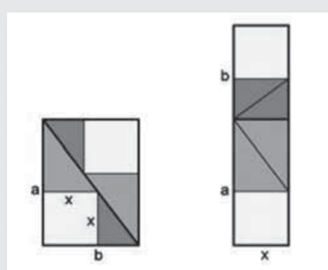
ابتدایی، می‌دانند که چگونه با اســتفاده از کاغذ و تا، مثلث مورد نظر را بسازند و دوباره، با همان کاغذ و تا، خط عمود بر قاعده را رسم نموده و طول آن را با خط‌کش، اندازه بگیرند.

بعضی‌ها که ریاضی بالاتر را از پایه‌های پایینی شــروع کرده بودند (جهشی)، سعی کرده بودند که با کمک مثلثات این مســئله را حل کنند که جزو محتوای برنامه درســی دوره ابتدایی است. آن‌ها حتی قانون سینوس ـ کسینوس را می‌دانســتند. ولی موقع محاســبه اندازه زاویه‌های ۳۰، ۴۵یا ۶۰ درجه، گیج شده بودند.

در اینجا، یک راه‌حل زیرکانه هست که متکی بر ریاضیات دوره متوسطه نیست. در این راه‌حل شکل بالا را ادامه می‌دهیم تا یک مثلث قائم‌الزاویه بزرگ‌تر ساخته شود و با استعانت از خرد ریاضی‌دان‌های چین باستان، مسئله را حل می‌کنیم.



مســئله ۱۵ در فصل ۹ کتاب کلاسیک ریاضی چینی باســتان به نامه **جی ژوانگ ســـی آن‌شو** (Jiuzhang Suanshu)، خواســته اســت که طول ضلــع مربعی که درون مثلث قائم‌الزاویه محاط شــده اســت، برابر $\frac{ab}{a+b}$ اســت [بگذارید که نتیجه را که با روش برش دادن و دوباره کنار هم قرار دادن به دســت آمده، نشــان دهم که در قرن سوم، توسط ریاضی‌دان چینی لیو هوی (Liu Hui)، حل شده است.]



بدین ترتیب، ارتفاع مثلث اولیه را می‌توان محاسبه کرد.

این راه‌حل زیرکانه به شــرطی جواب می‌دهد که اندازه دو زاویه قاعده دلخواه باشــند، در حالی‌که روش نه چندان زیرکانه «خشــک» که متکی بر قانون سینوس ـ کسینوس است، هم‌چنان کارآمد است.

مثال ۳

یک مسئله مشــهور اســت که به ریاضی‌دان معروف جان فون نویمان (۱۹۵۷ـ ۱۹۰۳) نســبت داده شده است. گفته می‌شــود که روزی یکی از دوستان فون نویمان، به او مسئله‌ای داد که حل کند.

دو دوچرخه‌سوار A و B، به فاصلهٔ ۲۰ مایل از یک‌دیگر، به ســمت هم در حرکت بودند و سرعت هر کدام، ۱۰ مایل در ساعت بود. یک زنبور عسل، با سرعت ۱۵ مایل در ساعت، بیــن A و B در حرکت بود، بدین ترتیب که از A شــروع می‌کرد و بعد از رسیدن به B، به سمت A برمی‌گشت و این کار را همین‌طور، ادامه داد تا آنکه دو دوچرخه‌سوار، به هم رسیدند. آن موقع، زنبور عسل چند مایل حرکت کرده بود؟

در یک چشم برهم زدن، فون نویمان جواب ۱۵ مایل را داد. با شنیدن این پاسخ، عکس‌العمل دوستش این بود که فون نویمان باید ترفند رسیدن به جواب را می‌دانسته که به آن سرعت، پاسخ داده بود.

راه‌حل زیرکانه و سریعی که دوستش در ذهن داشت ایــن بود که دوچرخه‌ســوارها، بعد از یک ســاعت به هم رسیدند و در آن یک ساعت، زنبور عسل ۱۵ مایل حرکت کرده بود.

اما فون نویمان به دوســتش گفت که هیچ ترفندی را نمی‌دانسته ولی فقط مجموع جملات یک سری بی‌نهایت را حساب کرده است که این پاسخ، دوستش را متحیر کرد.

برای من، این داستان خیلی آموزنده است. (۱) مردم مختلف ممکن است راه‌های متفاوتی برای حل یک مسئله ریاضی داشته باشــند. هیچ معنایی ندارد که همه را وادار کنیم که یک مسئله را، درســت به همان روشی که شما حل کرده‌اید، انجام دهند. به‌طور مشــابه، هیچ دلیلی هم وجود ندارد که همه را مجبــور کنیم که ریاضی را، دقیقاً همان‌گونه که شما یاد گرفته‌اید، یاد بگیرند.

(۲) هر دو روش حلی که برای این مسئله ارائه شد، از شأنیت جدایی برخوردارند.

روش اول، یعنی محاســبه رســیدن دوچرخه‌سواران به هم‌دیگر، روشــی زیرکانه است و نکته کلیدی مسئله را گرفته است. روش دیگر که به دست آوردن مجموع جملات یک سری نامتناهی است، که روشی کندتر است (البته نه برای فون نویمان!) و به‌نظر می‌رسد که سخت‌تر بوده و به اندازه اولی هوشیارانه نباشد، اقدام به حل مسئله به روشی نظام‌وار کرده اســت. این روش بر حوصله، عزم، رویکردی زمینی و دقت زیاد تأکید دارد. هم‌چنین، این روش کمک می‌کند تا بعضی از مهارت‌های اولیه در هم ادغام شوند و در دانش‌آموز، یک عادت کاری خوب، پرورش یابد.

پی‌نوشت‌ها

1. Siu Man Keung
2. International Community for the History and Pedagogy of Mathematics: HPM